

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

МиКМ

проф. А.В. Ковалев
21.03.2025г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.29 Теория упругости

1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.03 Механика и математическое моделирование

2. Профиль подготовки/специализации: Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма образования: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Механики и компьютерного моделирования

6. Составители программы:

Ковалев Алексей Викторович, доктор физ-мат. наук, профессор, факультет ПММ, кафедра МиКМ, kovalev@amm.vsu.ru

7. Рекомендована: НМС факультета ПММ протокол №6 от 17.03.2025

8. Учебный год:

Семестр(-ы): 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

-изучение фундаментальных понятий и законов теории упругости и их приложений к современным задачам.

Задачи учебной дисциплины:

-научить студентов владеть теоретическим материалом, уметь формулировать и доказывать основные классические и современные результаты теории упругости, владеть навыками решения классических и современных прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина относится к базовому блоку Б1. При изучении дисциплины необходимы знания основных математических дисциплин, теоретической механики и механики сплошной среды. Данная дисциплина является предшествующей для всех курсов по специальности механика и математическое моделирование.

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач.	Знать: методы решения значимых проблем фундаментальной и прикладной математики Уметь: находить и формулировать проблему в области механики и прикладной математики Владеть: навыками постановки задачи и их решения
ОПК-3	Способен использовать методы физического моделирования и современное экспериментальное оборудование в профессиональной деятельности	ОПК-3.1	Накапливает и систематизирует знания в области методов физического моделирования и современного экспериментального оборудования	Знать: основные методы математического моделирования Уметь: выбирать важную информацию, которая касается математического моделирования в теории пластичности Владеть: навыками алгоритмического и

			математического моделирования
--	--	--	----------------------------------

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 4 / 144.

Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен): Экзамен

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			5
Аудиторные занятия		64	64
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	32
	лабораторные		
Самостоятельная работа		44	44
Промежуточная аттестация (для экзамена)		36	36
Итого:		144	144

13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1.	Основные понятия классической теории упругости постановка задач.	Модель упругих сред. Идеально упругое тело. Упругий потенциал. Модель упругой среды. Идеально упругое тело.	Теория упругости https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10883
2.	Теоремы теории упругости. Вариационные принципы и уравнения упругости.	Основные теоремы теории упругости. Теорема Кастилиано о потенциале деформаций. Теорема Бэтти. Теорема единственности. Теорема Клайперона о работе внешних сил. Вариационные принципы упругости. Обобщённый функционал. Вариационные принципы Лагранжа и Кастилиано. Приближённые методы упругости: метод суперпозиции решений, полубратный метод.	Теория упругости https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10883
3.	Кручение цилиндрических тел.	Основные гипотезы кручения. Функция кручения функция напряжений Прандтля. Теорема о максимуме касательного напряжения. Кручение	Теория упругости https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10883

		призматического тела многосвязного контура. Вариационные принципы в задачах кручения.	
4.	Изгиб призматических тел.	Постановка задач изгиба призматических тел. Изгиб моментом и поперечной силой.	Теория упругости https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10883
5.	Плоская задача теории упругости.	Два типа плоской задачи МДТТ. Математическая постановка плоской задачи упругости. Действие на полуплоскость сосредоточенной силы. Задача о растяжении полосы с отверстием. Понятие о концентрации напряжений.	Теория упругости https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10883
6.	Осесимметричное напряжённое состояние.	Основные уравнения осесимметричного напряжённого состояния. Связь с плоской задачей.	Теория упругости https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10883

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Основные понятия классической теории упругости, постановка задач.	5	2		9	16
2.	Теоремы теории упругости. Вариационные принципы и уравнения упругости.	4	5		6	15
3.	Кручение цилиндрических тел.	4	5		5	14
4.	Изгиб призматических тел.	5	5		6	16
5.	Плоская задача теории упругости.	4	5		6	15
6.	Осесимметричное напряжённое состояние.	5	5		6	16
7.	Термоупругие напряжения	5	5		6	16
	Итого:	32	32		44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

На лекционных занятиях студенты знакомятся с основными понятиями курса, их логической взаимосвязью. Изучение тем начинается с лекций, которые составляют основу теоретической подготовки студентов. Лекции читаются с использованием технических средств обучения. На самостоятельной работе студенты развивают и углубляют полученные знания. Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме, выполнение индивидуальных заданий. Практические занятия позволяют развивать у студентов творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать практику; учат четко формулировать мысль,

вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления. При подготовке к практическим занятиям необходимо повторить основные положения и понятия по теме занятия. При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Ханефт, А. В. Механика сплошных сред : учебное пособие / А. В. Ханефт ; Кемеровский государственный университет. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018. - Часть 2. Теория упругости. - 104 с. : ил.,табл., схем. - Режим доступа: по подписке. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495214

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2.	Ханефт, А. В. Основы теории упругости. Теория упругости : учебное пособие / А. В. Ханефт. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2009. - 100 с. - Режим доступа: по подписке. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232319 .
3.	Маковкин, Г. А. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела : учебное пособие / Г. А. Маковкин, С. Ю. Лихачева ; Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ННГАСУ). – Нижний Новгород : Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ННГАСУ), 2012. - Часть 1. - 72 с. - URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427425
4.	Плохов, А. В. Физические и механические свойства материалов : учебник / А. В. Плохов, А. И. Попелюх, Н. В. Плотникова ; Новосибирский государственный технический университет. - Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2018. – 342 с. : ил., табл. – (Учебники НГТУ). -URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575603

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
11.	Электронная библиотека ВГУ www.lib.vsu.ru
12.	Научно-образовательный центр при МИАН http://www.mi.ras.ru/
13.	Теория упругости / А.В. Ковалев. – Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.moodle.ru .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы
(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

Для обеспечения самостоятельной работы студентов, в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению заданий. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.

Указанные в учебно-методическом комплексе учебные пособия и справочные материалы, приведены в таблице ниже:

№ п/п	Источник
1.	Ханефт, А. В. Механика сплошных сред : учебное пособие / А. В. Ханефт ; Кемеровский государственный университет. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018. – Часть 2. Теория упругости. – 104 с. : ил.,табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495214
2.	Маковкин, Г. А. Применение МКЭ к решению задач механики деформируемого твердого тела : учебное пособие / Г. А. Маковкин, С. Ю. Лихачева ; Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ННГАСУ). – Нижний Новгород : Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ННГАСУ), 2012. – Часть 1. – 72 с. -URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427425
3.	Теория упругости / А.В. Ковалев. – Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.moodle.ru .

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости):

При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Теория упругости», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория: специализированная мебель, Компьютеры, Интерактивная доска, Мультимедиа-проектор.

Программное обеспечение: Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО)Microsoft Visual Studio Community Edition (свободное и/или бесплатное ПО), Notepad ++ (свободное и/или бесплатное ПО)Справочно-правовая система Гарант (на сервере) (договор о сотрудничестве №19/08 от 10.12.2006), Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Основные понятия классической теории упругости, постановка задач.	ОПК-1	ОПК-1.2	<i>Собеседование</i>
2.	Теоремы теории упругости. Вариационные принципы и уравнения упругости.	ОПК-3	ОПК-3.3	<i>Собеседование</i>
3.	Кручение цилиндрических тел.	ОПК-3	ОПК-3.3	<i>Собеседование</i>
4.	Изгиб призматических тел.	ОПК-3	ОПК-3.3	<i>Собеседование</i>
5.	Плоская задача теории упругости.	ОПК-1	ОПК-1.2	<i>Собеседование</i>
6.	Осесимметричное напряжённое состояние.	ОПК-1	ОПК-1.2	<i>Собеседование</i>
7.	Термоупругие напряжения	ОПК-1	ОПК-1.2	<i>Собеседование</i>
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				<i>Перечень вопросов</i>

* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по экзаменационным билетам

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен применять теоретические знания для решения практических задач в области теории упругости, допускает ошибки при иллюстрации примерами.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), но не способен применять теоретические знания для решения практических задач, допускает ошибки при иллюстрации примерами.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при иллюстрации примерами.	–	Неудовлетворительно

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по экзаменационным билетам

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Вопросы к экзамену:

1. Модель упругих сред. Идеально упругое тело.
2. Упругий потенциал. Модель упругой среды. Идеально упругое тело.
3. Основные теоремы теории упругости. Теорема Кастилиано о потенциале деформаций.
4. Теорема Бэтти. Теорема единственности.
5. Теорема Клайперона о работе внешних сил. Вариационные принципы упругости.
6. Обобщённый функционал. Вариационные принципы Лагранжа и Кастилиано.
7. Приближённые методы упругости: метод суперпозиции решений, полуобратный метод.

8. Основные гипотезы кручения. Функция кручения функция напряжений Прандтля.
9. Теорема о максимуме касательного напряжения.
10. Кручение призматического тела многосвязного контура.
11. Вариационные принципы в задачах кручения.
12. Постановка задач изгиба призматических тел.
13. Изгиб моментом и поперечной силой.
14. Два типа плоской задачи МДТТ.
15. Математическая постановка плоской задачи упругости.
16. Действие на полуплоскость сосредоточенной силы
17. Задача о растяжении полосы с отверстием.
18. Понятие о концентрации напряжений.
19. Основные уравнения осесимметричного напряжённого состояния.
20. Основные уравнения осесимметричного напряжённого состояния. Связь с плоской задачей.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен применять теоретические знания для решения практических задач в области теории упругости, допускает ошибки при иллюстрации примерами.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), но не способен применять теоретические знания для решения практических задач, допускает ошибки при иллюстрации примерами.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при иллюстрации примерами.	–	Неудовлетворительно

20.3

- 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):
- 2) ЗАДАНИЕ 1. Верно ли, что способность тел восстанавливать свою начальную форму и размеры при устранении внешнего воздействия называется упругостью?
- 3) а) да
- 4) б) нет
- 5) ЗАДАНИЕ 2. Верно ли, что если тело деформируется путём постепенного медленного увеличения нагрузки, то при сохранении равновесия температур в теле и окружающей среде процесс формирования является изотермическим?
- 6) а) да
- 7) б) нет

- 8)
- 9) ЗАДАНИЕ 3. Верно ли, что если деформирование тела происходит без поглощения или потери тепла, то процесс деформирования является адиабатическим?
- 10) а) да
- 11) б) нет
- 12) ЗАДАНИЕ 4. При определении напряженного и деформируемого состояния тела искомыми величинами являются:
- 13) - компоненты вектора перемещений U_i
- 14) - компоненты тензора деформаций e_{ij}
- 15) - компоненты тензора напряжений δ_{ij}
- 16) а) да
- 17) б) нет
- 18) ЗАДАНИЕ 5. Известно, что равенство $\delta_{ij} = C_{ijkl}e_{kl}$ представляет собой закон Гука (обобщенный), C_{ijkl} называется:
- 19) а) матрица упругих констант и содержит 81 компоненту
- 20) б) матрица жёстких констант и содержит 56 компонент
- 21) в) матрица жёсткопластических констант и содержит 100 компонент
- 22) ЗАДАНИЕ 6. Верно ли, что общее выражение закона упругости представляет собой формулу Грина, где W определится либо внутренней, либо свободной энергией?
- $$\delta_{ij} = \frac{\partial W}{\partial e_{ij}}$$
- 23)
- 24) а) да
- 25) б) нет

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

ЗАДАНИЕ 1. Предмет классической теории упругости, линейная и нелинейная теории упругости.

Пример ответа: В теории упругости определяющие уравнения составляются для произвольного сплошного деформируемого тела при произвольном нагружении и устанавливаются методы расчёта сплошных систем (массивов, оболочек, пластин). При этом уже неприменима гипотеза плоских сечений, поскольку требуется выполнять более строгие условия совместности деформаций и граничные условия. В связи с этим значительно усложняются исходные уравнения и, соответственно, необходимый для их решения математический аппарат, а результаты не приводятся к конечным формулам, как в сопротивлении материалов. Теорию упругости принято делить на линейную и нелинейную. К линейной относят ту часть теории упругости, в которой деформирование тела описывается с помощью линейных уравнений. Получение линейных уравнений связано с допущениями о малости перемещений, поворотов, деформаций, позволяющими при составлении уравнений равновесия применять недеформированную схему тела, и с использованием линейного физического закона, известного как обобщенный закон Гука

ЗАДАНИЕ 2. Статическая неопределимость задачи определения тензора напряжений. Основные уравнения статических задач теории упругости. (описание, формулировки определений)

Пример ответа: Вектор напряжения $\bar{P}_n$ можно разложить на две составляющие (нормаль и касательные). Если ввести систему координат таким образом, что нормаль - одна ось, например, z , а две другие в касательной плоскости, то касательные составляющие вектора напряжения можно также разложить на две составляющие. Можно показать, что напряженное состояние в точке тела полностью определится, если известны три составляющих вектора напряжения P_i на трех взаимно перпендикулярных площадках.

Таким образом, получим тензор напряжения в точке. Компоненты тензора напряжений будем обозначать σ_{ij} . Напряжение σ_{ij} - это напряжение на площадке с нормалью i , по направлению j . Система трех уравнений равновесия содержит шесть компонент тензора напряжения. Поэтому имеет неоднозначное решение, в связи с этим σ_{ij} должны подчиняться уравнениям совместности, которые удобнее записать в напряжениях, - условия Бельтрами - Мичелла.

ЗАДАНИЕ 3. Основные задачи статики упругого тела. (описание, формулировки определений)

Пример ответа: Определение напряженно-деформированного состояния призматического бруса, находящегося под действием поверхностных сил, приложенных только к его торцам, называется *задачей Сен-Венана*.

Частными случаями этой задачи являются: задачи растяжения/сжатия, кручения и изгиба призматического бруса силами, приложенными к его торцам.

ЗАДАНИЕ 4. Плоская задача теории упругости. Два вида плоской задачи. Основное условие плоской деформации. (описание, формулировки определений)

Пример ответа: На практике часто встречаются задачи, в которых на форму тела и приложенные внешние воздействия можно наложить некоторые ограничения. В результате получаем задачи, в которых функции зависят от двух переменных - плоские задачи теории упругости. Они включают в себя задачи плоской деформации, плоского напряженного состояния и обобщенного плоского напряженного состояния. Пусть длинное призматическое тело зажато между абсолютно плоскими и абсолютно гладкими телами. Тело нагружено равномерно вдоль всей оси, вектор всех нагрузок ортогонален оси. Ось z направим вдоль оси тела, оси x, y по главным осям сечения. Поскольку нагрузка везде вдоль оси z одинаковая, и деформации вдоль оси не будет для всех поперечных сечений. На торцах наложены такие связи, что они препятствуют осевому перемещению. В этом случае компоненты тензора напряжений не зависят от z .

Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

- 5 баллов – задание выполнено верно;
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно.